

直齿锥齿轮低安装误差敏感性设计与实验验证

曹雪梅, 孙 宁, 邓效忠
(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 未修形直齿锥齿轮啮合时为线接触,为减小两齿面啮合对安装误差敏感性,对主动轮齿面采用鼓形修形,改变刨刀运动轨迹进行齿向抛物线修形、改变瞬时滚比进行齿廓修形,从而实现两齿面点接触啮合.为进一步降低安装误差的敏感性,以齿廓、齿向修形系数为优化变量,减小接触迹线上啮合点的差曲面高斯曲率波动,同时增大参考点的差曲面高斯曲率值,降低安装误差敏感性;为避免齿面接触应力过大,控制参考点的差曲面主曲率,保证瞬时接触椭圆的长度不小于齿宽的 1/3.算例分析及加工和滚检实验显示:经过优化设计后的修形齿面安装误差敏感性较低,总轴向错位量和总轴向分离量分别达到法向模数的 30%,齿面印痕仍具有较好的稳定性.

关 键 词: 直齿锥齿轮; 安装误差敏感性; 齿面修形; 差曲面; 高斯曲率; 主曲率

中图分类号: V323.8 **文献标志码:** A

Design for straight bevel gear based on low installation error sensitivity and experiment tests

CAO Xue-mei, SUN Ning, DEND Xiao-zhong
(School of Mechanical and Electronical Engineering,
Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: Modified tooth surfaces of one of the members of the straight bevel gear set were proposed in order to low the installation error sensitivity and improve the stability of contact patterns. Profile modification was carried out by changing the trajectory of the cutter from line to parabolic; tooth trace modification was carried by changing the roll, so the modified tooth surface with drum shape could be obtained and the gear set could mesh with point contact. In order to further improve the meshing stability, the optimization model for tooth surface modification was proposed. The two modification coefficients were used as optimal variables; the Gauss curvatures of two meshing surfaces at contact points were controlled to construct the objective function, and the principal curvatures of the ease-off tooth surface at the contact point were controlled to ensure that the length of the instantaneous contact ellipse is at least 1/3 of tooth width. Finally numerical example of design of straight bevel gear drives was included to illustrate the advantages of the proposed geometry. A cutting and rolling experiments validate that the patterns maintain good stability with amount of the total axial misalignment and total axial separation accounted for 30% of the normal module.

Key words: straight bevel gear; installation error sensitivity; modified tooth surface; ease-off; Gauss curvatures; principal curvatures

传统的线啮合直齿锥齿轮^[1]对安装误差和负载变形较为敏感,在实际工况下齿面印痕极易偏离理想区域造成偏载及边缘接触.文献[2]分析了安装误差对接触印痕的影响,提出容差性;文献[3-7]以印痕中心位置、印痕面积、印痕接触迹线方向变动量作为安装误差敏感性的评价指标;文献[8]以两啮合齿面全曲率为敏感性系数.

直齿锥齿轮主要应用于低速轻载的场合,低安装误差敏感性是齿面设计的关键.直齿锥齿轮高精度精锻成形技术的发展使得齿面修形比螺旋锥齿轮更易实现^[9-14].文章建立了齿面鼓形修形的数学模型,提出了针对安装误差敏感性的齿面设计,通过对齿向和齿廓修形参数优化设计,得到具有稳定印痕的齿面,为精锻模具加工提供数字化齿面.

1 直齿锥齿轮齿面鼓形修形

1.1 未修形齿面

图 1 为直齿锥齿轮切齿坐标系.刨刀刀刃为直线, x_c 方向为刨刀刀刃的运动轨迹线,所形成的产形面在 S_c 坐标系的位矢及法矢为

$$\mathbf{r}_c(l,d) = [l, 0, d, 1]^T \tag{1}$$

$$\mathbf{n}_c(l,d) = [0, 1, 0]^T \tag{2}$$

式中 S_a 坐标系 z_a 轴与 z_c 轴成 α 角(被加工齿轮压力角),随摇台坐标系 S_g 以角速度 ω_g 旋转, ϕ_g 为摇台转角. S_b 坐标系 x_b 轴与机床坐标系 x_m 轴夹角为 δ_f (被加工齿轮的根锥角).被加工齿轮坐

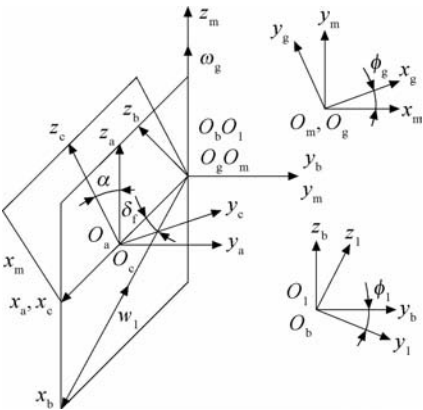


图 1 切齿坐标系
Fig.1 Coordinate systems between the generating gear and the work gear

标系 S_l 坐标原点 O_l 与被加工齿轮节锥顶点重合,绕 x_b 轴以角速度 ω_l 旋转, ϕ_l 为被加工齿轮转角.

摇台角速度和工件角速度的滚比 I_f 为

$$I_f = \frac{\omega_g}{\omega_l} = \frac{\phi_g}{\phi_l} = \frac{\cos \theta}{\sin \delta} \tag{3}$$

式中 θ 为被加工齿轮齿根角, δ 为被加工齿轮节锥角.

求解产形面与被加工齿面的啮合方程可得到直齿锥齿轮的齿面方程^[15].

1.2 齿向修形

修正刨刀运动轨迹为抛物线,实现齿向修形^[15],如图 2 所示.产形面在坐标系 S_c 中位矢及法矢为

$$\mathbf{r}_c(l,d) = [l, -al^2, d, 1]^T \tag{4}$$

$$\mathbf{n}_c(l,d) = [2al, 1, 0]^T / \sqrt{4a^2 l^2 + 1} \tag{5}$$

式中 a 为齿向修形系数,决定了齿长方向鼓形修正量的大小.

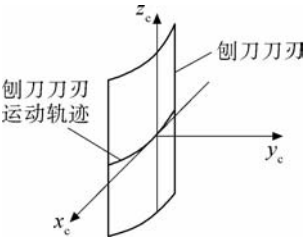


图 2 抛物线产形面
Fig.2 Parabolic profile

1.3 齿廓修形

修正滚比实现齿廓修形^[15].滚比修正为

$$I_f = \frac{\cos \theta}{\sin \delta} + 2b(\phi_g + \phi^0) \tag{6}$$

式中 ϕ_g^0 为摇台的最初转角; b 为齿廓修形系数,决定了齿廓方向鼓形修正量的大小.

2 齿面安装误差敏感性优化设计

2.1 差曲面的高斯曲率与主曲率

若一个曲面在两啮合齿面公切面上任意切线方向的法曲率等于两啮合齿面在该方向的法曲率之差则称该曲面为两啮合齿面的差曲面^[7].

P_0 为啮合点, α, β 为切平面上任意两个互相垂直的方向, $k_{n\alpha}^{12}, k_{n\beta}^{12}$ 为两齿面在 P_0 点沿 α, β 方向

的相对法曲率, τ_{ga}^{12} 为沿 α 方向的相对短程挠率. 差曲面的高斯曲率 K^{12} 表示为

$$K^{12} = k_{na}^{12} k_{n\beta}^{12} - (\tau_{ga}^{12})^2 \tag{7}$$

当差曲面高斯曲率变化较大时,接触迹线可能出现严重弯曲及对角接触等现象;当差曲面高斯曲率趋近于 0,点接触就趋近于线接触,误差敏感性将趋近于无穷大. 差曲面的高斯曲率描述了曲面的局部拓扑结构,可作为评价齿面安装误差敏感性的重要指标.

根据差曲面的法曲率及短程挠率可以得到差曲面的主曲率^[16]

$$\begin{aligned} K_1 &= k_{na}^{12} \cos^2 \varphi_1 + k_{n\beta}^{12} \sin^2 \varphi_1 + \tau_{ga}^{12} \sin 2\varphi_1 \\ K_2 &= k_{na}^{12} \sin^2 \varphi_1 + k_{n\beta}^{12} \cos^2 \varphi_1 - \tau_{ga}^{12} \sin 2\varphi_1 \end{aligned} \tag{8}$$

式中 φ_1 为主方向与 α 方向的夹角

$$\cot 2\varphi_1 = \frac{1}{2\tau_{ga}^{12}} (k_{na}^{12} - k_{n\beta}^{12}) \tag{9}$$

差曲面在 P_0 点的两个主方向分别对应于瞬时接触椭圆长轴和短轴方向.

图 3 所示 P_0 点主方向的法截线. 法截线上 P_0 点的邻近点到切平面距离为 $\Delta\delta$,在切平面上距 P_0 点的投影距离为 Δl ,根据泰勒公式得到近似计算公式

$$\Delta\delta \approx \frac{1}{2} K_1 \Delta l^2 \tag{10}$$

按照格里森的实验数据取 $\Delta\delta=0.00635$, Δl 可近似为瞬时接触椭圆长半轴的长度.

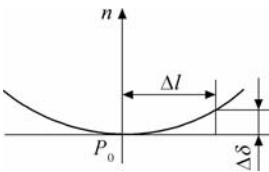


图 3 主方向上的法截线

Fig. 3 Normal transversal along principal direction

2.2 齿面安装误差敏感性优化设计

2.2.1 目标函数

齿面安装误差敏感性应综合考虑两方面的影响因素:控制每个啮合点的差曲面高斯曲率的波动幅度,提高啮合的稳定性;增大参考点的差曲面高斯曲率值.

参考点 M 的差曲面高斯曲率为 k_o^{12} ,开始啮合到结束啮合每个点的差曲面高斯曲率为 k_i^{12} . 构造目标函数为

$$f(a,b) = \max \sum_{i=1}^n \left(1 - \left| \frac{k_i^{12} - k_o^{12}}{k_o^{12}} \right| \right) k_o^{12} \tag{11}$$

2.2.2 约束条件

齿面曲率干涉约束条件^[17]:小轮齿向修形系数 a 及齿廓修形系数 b 应大于 0,即

$$g(1) = a > 0 \tag{12}$$

$$g(2) = b > 0 \tag{13}$$

瞬时接触椭圆长度约束条件:瞬时接触椭圆长度越长,对安装误差越敏感,但过短的瞬时接触椭圆长度会造成齿面接触应力过大,控制齿面印痕为齿宽 B 的 1/3. 鉴于目标函数的构造特点,控制参考点瞬时接触椭圆长度

$$g(3) = \Delta l - \frac{B}{3} \geqslant 0 \tag{14}$$

2.2.3 优化设计流程

大轮齿面不修形. 优化变量为小轮齿向修形系数 a 及齿廓修形系数 b . 轮齿接触分析计算从开始啮合到退出啮合每个啮合点的差曲面高斯曲率 k_i^{12} . 通过优化变量 a, b 的值,得到具有低安装误差敏感性的修形齿面.

3 算 例

表 1 所示为一对直齿锥齿轮副齿轮参数. 经优化计算,小轮齿向修形系数 a 为 0.0046,小轮齿廓修形系数 b 为 0.003.

表 1 直齿锥齿轮参数

Table 1 Parameters of straight bevel gear

名称	小轮	大轮
齿数 Z	10	16
模数 m/mm	7.65	7.65
压力角 $\alpha/(\text{^\circ})$	22.5	22.5
轴交角 $\Gamma/(\text{^\circ})$	90	90
齿顶高 h_a/mm	11.115	4.185
齿根高 h_f/mm	4.685	11.615
齿宽 B/mm	20.4	20.4
节锥角 $\delta/(\text{^\circ})$	32	58
顶锥角 $\delta_a/(\text{^\circ})$	39.332	62.62
根锥角 $\delta_f/(\text{^\circ})$	27.38	50.668

进行安装错位的轮齿接触分析(TCA)^[18]及载荷为 $100\text{ N}\cdot\text{m}$ 的承载接触分析(LTCA). H 为轴向错位误差,“+”号表示增加小轮安装距; V 为轴向分离误差,“+”号表示小轮轴线低于大轮轴线; β 为轴交角错位误差,“+”号表示增加轴

交角.

3.1 无安装误差的齿面印痕对比

图 4(a)为大小轮齿面未修形的接触印痕,接触印痕是线接触;图 4(b)为大轮齿面未修形与小轮优化修形齿面的接触印痕. 齿面印痕的宽度占齿宽的 1/3,接触迹线与根锥基本垂直. 图 4(c)为承载印痕图,承载印痕中心仍位于齿宽中部,由于承载变形,印痕范围增大.

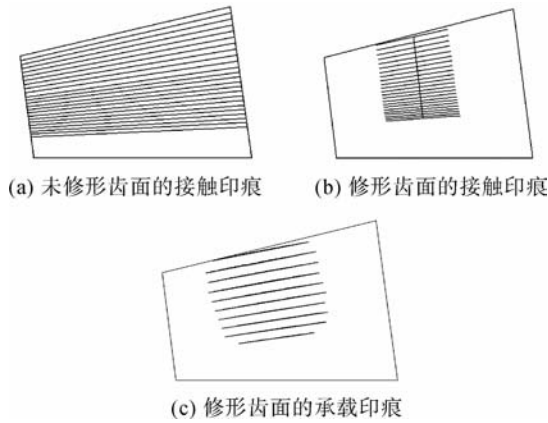


图 4 无安装误差下未修形齿面和修形齿面接触印痕
Fig. 4 Contact pattern for unmodified and modified tooth surfaces without installation error

3.2 轴交角错位的齿面印痕

图 5(a)和图 5(b)所示: $\beta=-2^\circ$ 时接触印痕向齿面大端移动; $\beta=3^\circ$ 时接触印痕向齿面小端移动. 与图 4(b)对比,印痕移动量较小,接触迹线的方向基本不变. 图 5(c)、图 5(d)为对应的承载印痕,变化趋势与接触印痕一致.

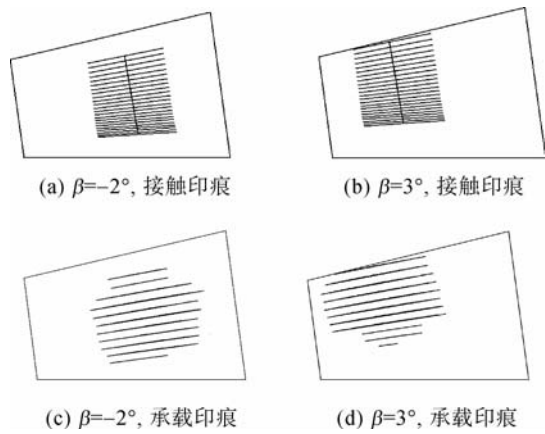


图 5 含有轴交角误差的修形齿面接触印痕
Fig. 5 Contact pattern of modified tooth surface under shaft angle error

3.3 小轮轴向错位的齿面印痕

图 6(a)和图 6(b)所示: $H=-1\text{ mm}$ 时接触印痕向齿面大端移动; $H=1\text{ mm}$ 时接触印痕向齿面小端移动. 印痕移动量较小,接触迹线的方向基本不变. 图 6(c)、图 6(d)为对应的承载印痕,承载印痕在接触印痕的基础上扩展.

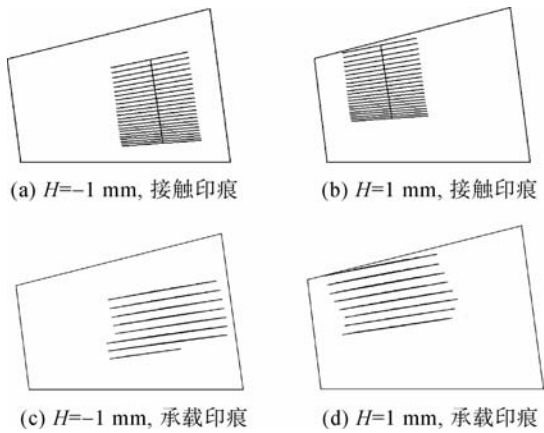


图 6 含有轴向错位误差修形齿面接触印痕
Fig. 6 Contact pattern of modified tooth surface under axial misalignment error

4 轴向分离误差的齿面印痕

图 7(a)和图 7(b)所示: $V=-1\text{ mm}$ 时接触印痕向齿面小端移动; $V=1\text{ mm}$ 时接触印痕向齿面大端移动. 印痕移动量较小,接触迹线的方向基本不变. 图 7(c)、图 7(d)为对应的承载印痕,变化趋势与接触印痕一致.

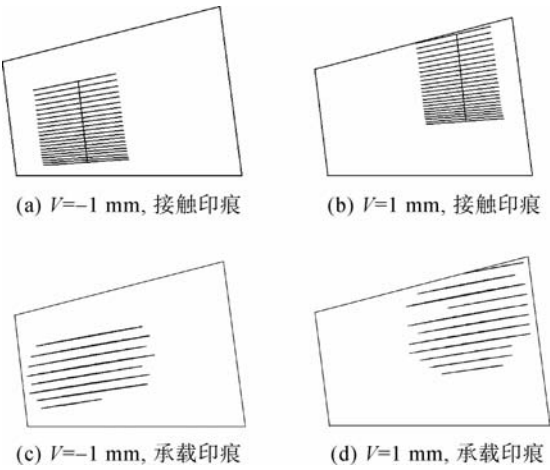


图 7 含有轴向分离误差修形齿面接触印痕
Fig. 7 Contact pattern of modified tooth surface under axial separation error

对比图 4~图 7 可以看出:接触迹线垂直于根锥,齿面印痕的宽度占齿宽的 1/3,在较大安装错位下接触印痕向小端、大端的偏移量不大,表明经过优化设计后,齿面安装误差敏感性较低,对安装误差具有较好的吸收作用.承载印痕与接触印痕的变化趋势一致,未出现应力集中现象.

5 实验验证

根据数学模型计算齿面点坐标,建立数字化齿面,在 FA-3225H 四轴联动数控铣床上采用直径 $\Phi=4\text{ mm}$ 的球头铣刀加工大小轮齿面.齿轮检测中心分别检测大小轮的齿面,齿面最大误差为 $5\text{ }\mu\text{m}$,工作区域内齿面误差基本为零.在滚检机上滚检印痕,测试实际齿面对安装误差的敏感性.

1) 无安装误差时,即 $V=0\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕如图 8 所示.印痕位于齿面中部与 TCA 结果图 4(b)基本一致.

2) $V=0\text{ mm}$, $H=-1\text{ mm}$ 时,滚检印痕如图 9 所示.与图 6(a)的接触印痕图基本一致.

3) $V=0\text{ mm}$, $H=1\text{ mm}$ 时的滚检印痕如图 10 所示.与图 6(b)的接触印痕图基本一致.

4) $V=-1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕如图 11 所示.与图 7(a)的接触印痕图基本一致.

5) $V=1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕如图

12 所示.与图 7(b)的接触印痕图基本一致.

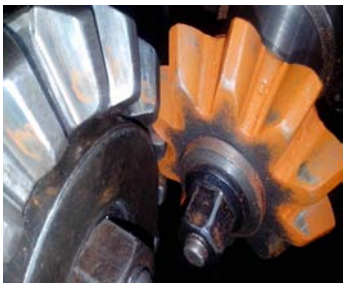


图 10 $V=0\text{ mm}$, $H=1\text{ mm}$ 时的滚检印痕
Fig. 10 Rolling contact pattern for $V=0\text{ mm}$, $H=1\text{ mm}$



图 11 $V=-1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕
Fig. 11 Rolling pattern for $V=-1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$



图 8 $V=0\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕
Fig. 8 Rolling pattern for $V=0\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$



图 9 $V=0\text{ mm}$, $H=-1\text{ mm}$ 时的滚检印痕
Fig. 9 Rolling pattern for $V=0\text{ mm}$, $H=-1\text{ mm}$



图 12 $V=1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$ 时的滚检印痕
Fig. 12 Rolling pattern for $V=1\text{ mm}$, $H=0\text{ mm}$

由图 8~图 12 所示的滚检结果可知,接触印痕的宽度占齿宽的 1/3,随着安装错位量的变化,印痕会向小端或大端偏移,但未出现不良接触.与弧齿锥齿轮容差量相比(KIMoS 软件推荐法向模数的 10%),本次实验安装误差容差量为法向模数的 30%,印痕保持了较好的稳定性.

6 结 论

1) 修正刨刀运动轨迹及加工滚比可实现齿面的鼓形修形,从而将线啮合修正为点啮合.

2) 通过滚检测试,总轴向错位量和总轴线分离量分别达到法向模数的 30%,滚检印痕仍具有

较好的稳定性,验证了理论分析结果,表明齿面经优化修形设计后具有低安装误差敏感性.

3) 在齿面优化设计中不仅应考虑啮合点的差曲面高斯曲率的大小,还应考虑在啮合过程中的波动幅度,避免齿面出现不良接触印痕.

4) 为避免齿面接触应力过大,还应控制瞬时接触椭圆的长度不小于齿宽的 1/3.

参考文献:

[1] Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

[2] 唐进元,雷国伟,杜晋,等.螺旋锥齿轮安装误差敏感性与容差性研究[J].航空动力学报,2009,24(8):1878-1885.

TANG Jinyuan, LEI Guowei, DU Jin, et al. Research on a-alignment sensitivity and tolerance limit analysis of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1878-1885. (in Chinese)

[3] 曹雪梅,邓效忠,聂少武.基于共轭齿面修正的航空弧齿锥齿轮高阶传动误差齿面拓扑结构设计[J].航空动力学报,2015,30(1):195-200.

CAO Xuemei, DENG Xiaozhong, NIE Shaowu. Ease-off flank topography design for aviation spiral bevel gears with higher-order transmission errors by modification of conjugate flank[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(1): 195-200. (in Chinese)

[4] 吴训成,毛世民,吴序堂.点接触齿面的安装误差敏感性研究[J].中国机械工程,2000,11(5):700-703.

WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. Research on the error sensitivity of point-contact tooth surfaces with respect to the mounting errors[J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(5): 700-703. (in Chinese)

[5] 吴勇军,王建军,韩勤锴,等.基于接触有限元分析的斜齿轮齿廓修形与实验[J].航空动力学报,2011,26(2):409-415.

WU Yongjun, WANG Jianjun, HAN Qinkai, et al. Tooth profile modification of helical gears and experimental study based on finite element contact analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 409-415. (in Chinese)

[6] 方宗德,郭琳琳,苏进展.基于齿面印痕控制的弧齿锥齿轮公差优化设计[J].农业机械学报,2011,42(7):223-228.

FANG Zongde, GUO Linlin, SU Jinzhan. Optimal design of tolerance for spiral bevel gears by controlling contact path [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(7): 223-228. (in Chinese)

[7] 苏进展,方宗德.弧齿锥齿轮印痕稳定性优化设计与试验[J].航空动力学报,2012,27(12):2622-2628.

SU Jinzhan, FANG Zongde. Optimization design and test of stability of contact patterns of spiral bevel gears[J].

Journal of Aerospace Power, 2012, 27(12): 2622-2628. (in Chinese)

[8] 苏进展,方宗德.弧齿锥齿轮误差敏感性优化设计[J].航空动力学报,2012,27(1):183-189.

SU Jinzhan, FANG Zongde. Optimization design of the error sensitivity for spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(1): 183-189. (in Chinese)

[9] 李润方.齿轮传动的刚度分析和修形方法[M].重庆:重庆大学出版社,1998.

[10] 金俊松,夏巨湛,胡国安,等.冷精锻修形圆锥的齿形设计[J].中国机械工程,2006,17(19):2038-2041.

JIN Junsong, XIA Juchen, HU Guoan, et al. Tooth profile modification of spur bevel gears[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(19): 2038-2041. (in Chinese)

[11] Alfonso F J, Iserte I J, Sanchez M. Computerized design of advanced straight and skew bevel gears produced by precision forging[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(30): 2363-2377.

[12] Pramono A S. Experimental study of the influence of tooth profile modifications on spur gear dynamic strain and vibration[J]. Key Engineering Materials, 2006, 306(1): 78-84.

[13] Litvin F L, Sheveleva G I, Vecchiat D. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(27): 2927-2946.

[14] Stadtfeld H J. Straight bevel gears on Phoenix machines using coniflex tool[J]. Gear Solutions, 2007(12): 32-39.

[15] 焦继松.直齿锥齿轮修形技术研究[D].河南 洛阳:河南科技大学,2012.

JIAO Jisong. Research on the tooth modification methods of the straight bevel gear[D]. Luoyang Henan: Henan University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)

[16] 吴序堂.齿轮啮合原理[M].北京:机械工业出版社,1982.

[17] 曹雪梅,邓效忠,耿龙龙.弧齿锥齿轮齿面曲率干涉检验新方法 with 实验验证[J].航空动力学报,2015,30(2):491-497.

CAO Xuemei, DENG Xiaozhong, GENG Longlong. An invariant approach for tooth surface curvature inference analysis of spiral bevel gears and experiment test[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(2): 491-497. (in Chinese)

[18] 方宗德,曹雪梅,张金良.航空弧齿锥齿轮实际工况下的当量错位反求及齿面再设计[J].中国机械工程,2007,18(24):3001-3004.

FANG Zongde, CAO Xuemei, ZHANG Jinliang. Inverse evaluation of equivalent misalignment under real operating mode and redesign of aviation spiral bevel gears[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(24): 3001-3004. (in Chinese)

(编辑:秦理曼、王碧琚)